СИГНАЛЛАРНИ ВЕЙВЛЕТ УСУЛИ АСОСИДА РАҚАМЛИ ИШЛАШ

Л.Я.ХУРАМОВ

Аннотатсия. Мазкур мақолада тиббий сигналларни Добеши вейвлетида рақамли ишлашнинг математик модели ва алгоритми ишлаб чиқилди, ҳамда интерполятсиялаш хатолигини баҳолаш натижалари келтирилди. Эхпремент сифатида тиббий сигналлардан бири гастроентрологик сигналлар олинди. Хатоликни баҳолашда Ҳақиқий сигналга нисбатан Добеши вейвлетининг абсолют хатолиги пайтҳон дастурлаш тили муҳитида олинган натижасига асосан келтирилди.

Калит сўзлар: вейвлет ўзгартириш, интерполятсия, интерпоятсиялаш хатолиги, Добеши вейвлети, абсолут хатолик.

Кириш

Бугунги кунда жаҳонда биотиббиётда кўпгина касаликларни аниқлаш ва эрта ташхис қўйиш учун бир қанча тадқиқот ишлари олиб борилмоқда. Биотиббиётик тизимларнинг мураккаблиги компютерлаштирилган тизимларни ишлаб чиқишни оддий алгоритмик ечимга айлантирмайди. Бу сохада қўлланиладиган ананавий таҳлил ёндошувлари инсон омилига боғлиқ бўлганлиги учун юқори аниқлик ва самарадорлик бермайди. Шунинг учун биотиббиёт соҳада тиббий информатикадан фойдаланиш ушбу соҳанинг ривожланишига ҳамда юқори аниқлик ва самарадорлик эришиш учун имкон беради. Вейвлетлар ёрдамида биосигнал ва тиббий тасвирлапни қайта ишлаш ва рақамли тиббий маълумотларни машинали ўқитиш беморларда класцикларни аниқлаш, уларни кузатишда ҳамда эрта ташхис қўйиш самарадорлгини оширади. Биотиббиётдан олинган сигналлар асосан математик нуқтаи назардан қурилган ва улар дискрет домен малумотларини ифодалаш учун эмас, балки узлуш нуқтасига эга домен функтсияларини ифодалаш учун мос келади. Ушбу мақолада биотиббиёт сигналларидан бири, гастроентерологик сигналлар танлаб олинган вейвлет усулларида рақамли ишлов бериш қараб чиқилган.

Мавзунинг долзарблиги: Жаҳонда ахборот-коммуникация технологияларининг ривожланишида сигналларни тиклаш, сигналларни таҳлил қилиш ва тасвирларга рақамли ишлов беришда вейвлет усуллари кенг қўлланилмоқда. Бугунги кунга келиб дунёда медитсина соҳасига бўлган эътибор ва талаб кун сайин ортиб бормоқда, чунки беморларнинг касалликларини вақтида бартараф этиш ва унга аниқ ташхис қўйиш, унинг таҳлилини сифатли ва қисқа вақт мобойнида аниқлаш ҳамда моддий ресурсларни тежаш асосий масалалардан биридир. Шу сабабли инсон организмидан олинадиган сигналларни рақамли ишлаш ва таҳлил қилиш бугунги куннинг долзарб муаммоларидан ҳисобланади.

Бундай масалаларни ечиш ҳамда юқори даражадаги аниқлика эришиш учун вейвлет усуллари самарали усуллардан бири ҳисобланади. Сигналлар ва тасвирларни рақамли ишлаш жараёнини вейвлет коеффитсиентларини ҳисоблаш усуллари ва алгоритмларини такомиллаштириш орқали ҳисоблашлар сонини камайтириш ва тадбиқ қилиш лозим бўлади. Сигналларга рақамли ишлов беришда қўлланиладиган вейвлетларнинг юқорироқ даражасига ўтиш орқали ушбу масалаларни ечиш мумкин.

Муаммони ўрганиш йўналиши ва масалани қўйилиши: Сигналларга рақамли ишлов беришда бир ва икки ўзгарувчили вейвлет моделлари ва алгоритмларини ишлаб чиқиш муаммолари жаҳонда ва Ўзбекистон илмий адабиётида кенг ёритилган.

Вейвлет моделларида сигналларга рақамли ишлов бериш бўйича хорижий олимлар: А.Ҳаар, И.Даубечи Ю.С.ЗавяловУ.Мичаел, Г.Стренг ва бошқа чет эллик олимлар томонидан илмий-тадқиқотлар олиб борилган. Шунингдек Ўзбекистонда М.М.Мусаев, Х.Н.Зайнидинов,У.Р.Хамдамовлар томонидан сигналларга ва тасвирларга рақамли ишлов бериш жараёнларини моделлаштиришга бағишланган илмий тадқиқот ишлари олиб борилган. Ўзбекистонда ушбу йўналишда Х.Н.Зайнидинов, Х.М.Шодиметов, У.Р.Хамдамов каби бир қатор олимлар томонидан илмий-тадқиқот ишлари олиб борилган ва уларнинг ишлари ҳозиргача давом этиб келмоқда.

Методлар

Вейвлетлар назарияси - кейинги йилларда сигналларни анализ ва синтез қилиш учун кучли математик апарат бўлиб, рақамли сигналларни қайта ишлашда кенг қўлланилмоқда. Аналитик усулида рақамли ишланадиган сигналлар билан таққослаганда, вейвлетлар ёрдамида сигналларга рақамли ишлов бериш усули самарали филтирлаш, интерполятсия, сигнални моделлаштириш, абсалю ва нисбий хатоликларини камайтириш, шумлардан тозаллаш, сигнални кучайтириш, сигнал характиристикасини тез ажратиб олиш ва тасвир малумотларини сиқиш каби кўплаб сезиларли даражада мослашувчанликни таминлайди.

Добиши маштаблаш функсиясини ўз ичига олган интеграл юқоридаги (2) тенгламани $m=0$ бўлганда интегрални ҳисоблаймиз.

$$W_m(x)\int_0^x s^m\varphi(t)dt=\sum_{k=0}^{L}h_k\int_0^x s^m\varphi(2t-k)dt=\frac{1}{2^{m+1}}\sum_{k=0}^{L}h_k\sum_{i=0}^{m}\binom{m}{i}k^i\int_0^{2x-k}u^{m-i}\varphi(u)du$$

шуниг учун $\phi_m(x)=\frac{1}{2^{m+1}}\sum_{k=0}^{L}h_k\sum_{i=0}^{m}\binom{m}{e}k^i\phi_{m-i}(2x-k)$ тенгламадаги $m=0$ бўлса биз қуйдаги тенгламага келамиз

$$\phi_0(x)=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{L}h_k\phi_0(2t-k)\qquad x\in(0,L\ ] \tag{1}$$

Олдин чизиқли Система ҳосил қилиш орқали $x\in[1...,L]$ бутун сонлар учун $W_0(x)$ ни оламиз коифисентлар матритсасиниг элементлари h_k, $0\le k\le L$ дан ташкил топган тенгламадир

Кейин $j\ge 1$ ва $0\le r\le 2^j L-1$ учун $x=2^{-j}r$, нуқталарида $\phi_0(x)$ функсианинг қийматларини рекурсиф формуладан фойдаланиб ҳисоблаймиз

Бу ердан биз қуйдаги (11) ни аниқлаймиз

$$Q_n:=\phi_0(n)=\int_0^n\varphi(t)dt,\qquad n=1,2,3,....,L. \tag{2}$$

Шундай қилиб юқоридаги (10) тенгламани қуйдагича ёзамиз (12)

$$Q_n=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n}h_kQ_{2n-k},\quad 1\le n\le L \tag{3}$$

$\int_0^L\varphi(x)dx=1$ тенгламга асосланиб (13) тенгламани ҳосил қиламиз

$$Q_L=\phi_0(L)=\int_0^L\varphi(x)dx=1 \tag{4}$$

(12) тенгламадан биз қуйдагига келамиз

$$Q_1=\frac{1}{2}\sum_{k=0}^{L}h_kQ_{2-k}=\frac{h_0}{2}Q_2+\frac{h_1}{2}Q_1 \tag{5}$$

Бу ҳолда (14) тенглама қуйдагича ёзиш мумкин

$$(1-\frac{1}{2}h_1)Q_1-\frac{1}{2}h_0Q_{m=0} \tag{15}$$

Худи шу тарифига m_0 бўлганда (12) тенгламани қуйдаги ҳолда киритиришимиз мумкин.

$$Q_2 = \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{n} h_k L_{4-k} = \frac{h_0}{2} Q_4 + \frac{h_1}{2} Q_3 + \frac{h_2}{2} Q_2 + \frac{h_3}{2} Q_1 \quad (6)$$

Тенгламани қуйдагича ечиш мумкин

$$-\frac{1}{2}h_3 Q_1 + (1-\frac{1}{2}h_2)Q_2 - \frac{1}{2}h_1 Q_3 - \frac{1}{2}h_0 Q_4 = 0 \quad (7)$$

Ҳосил бўлади ҳар бири учун ушбу жараёни давом этирсак биз қуйдаги тенгламага келамиз (18)

$$(1-\frac{1}{2}h_{n)} Q_n - \frac{1}{2}\sum_{\substack{k=0 \\ k\neq n}}^{2n-1} h_k Q_{2n-k} = 0 \quad (8)$$

Биз $Q_k = 1 \quad k \geq n$ учун (12) тенгламадан қуйдаги хулосага келамз

$$(1-\frac{1}{2}h_{n)} Q_n - \frac{1}{2}\sum_{\substack{k=2n-nN+2 \\ k\neq n}}^{n} h_k Q_{2n-k} = \frac{1}{2}(\sum_{k=0}^{2n-2N+1} h_k) \quad (9)$$

Энди биз тенгламаларни чизиқли система сифатида қуйдагича ёзишими мумкин:

$$\left(Q - \frac{1}{2}A\right)x = b \quad (10)$$

Бу ерда Q бирлик ўлчовли матритса $(L-1)\times(L-1)$ ва $A, B\ va\ X$ лар мос равишда қуйдаги матритсалар

$$A_{(L-1)x(L-1)} = \begin{pmatrix} h_1 & h_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h_3 & h_2 & h_1 & h_0 & \cdots & 0 \\ h_5 & h_4 & h_3 & h_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots\ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{L-2} & h_{L-3} & \cdots & h_{N-1} & \cdots & h_0 \\ h_L & h_{L-1} & \cdots & h_N & \cdots & h_2 \\ 0 & 0 & h_L & h_{L-1} & \cdots & h_4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_{L-1} & h_{(L-2)} & h_{(L-3)} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & h_L & h_{(L-1)} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$B(L-1)x1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ h_0 + h_1 \\ h_0 + h_1 + h_2 + h_3 \\ \vdots \\ h_0 + h_1 + \cdots + h_{L-2} \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$X(L-1)x1 \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_{L-1} \end{pmatrix} \quad (13)$$

A ва B матритсаниг элементларини қуйдагича оламиз (14)

$$A_{ij} = h_{2i-j}, \quad i, j = 1,2, \quad \cdots \quad L-1,$$

$$b_i = \begin{cases} 0, & 1 \leq i \leq N-1 \\ \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{2i-2N+1} h_k, & N \leq i \leq L-1 \end{cases} \quad (24)$$

Добиши Вейвлети учун $[n-1, \quad n]$ бутун сонлар оралиқидаги маштаблаш функсиясининга интеграл қийматларини қуйдагича олинади (15)

$$\int_{n-1}^{n} \varphi(x)dx = Q_n - Q_{n-1} \quad 1 \le n \le L \;\; Q_0 = 0 \quad (15)$$

Биз бутун сон оралиқларида маштаблаш функися интегралини олгандан сўнг $j \in N$ ва $0 \le k \le L \cdot 2^j - 1$ оралиқлар бўйича интегрални ҳисоблаш учун қуйдаги рекурсив тенгламдан фойдаланамиз (16)

$$Q_{\left[k^{-j},(k+2^{-j}\right]} := \int_{k2^{-j}.}^{(k+1)2^{-j}} \varphi(x)dx = \sum_{L=0}^{L} h_l \int_{k2^{-j}}^{(k+1)2^{-j}} \varphi(2x-1)dx = \frac{1}{2}\sum_{l=0}^{L} h_l \int_{k2^{(-j+1)}-l}^{(k+1)2^{(-j+1)}-l} \varphi(t)dt, \quad j = 1,2,...(k = 0,1,..., L \cdot 2^j - 1 \quad (16)$$

Мисол учун $N = 2$ бўлганда Добеше маштаблаш функциясини койфисентини интегралини ҳисоблаймиз (17)

$$Q_1 := \int_0^1 \varphi(x)gx, \quad Q_2 := \int_0^2 \varphi(x)dx \quad Q_3 := \int_0^3 \varphi(x)dx \quad (17)$$

Демак $(Q - \frac{1}{2}A)$ $x = b$ кўринишдаги чизиқли тенгламалар системаси қуйдагича (21)

$$\begin{pmatrix} 1-\frac{1}{2}h_1 & 1-\frac{1}{2}h_0 \\ 1-\frac{1}{2}h_3 & 1-\frac{1}{2}h_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ h_0 + h_1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Чизиқли системани (16) ҳисоблаш орқали оламиз $Q_1 = 0{,}849679$ $Q_2 = 1.016346$ ушбу маштаблаш функсияси коифисентлар орақли тўлқин функсияни коифисенти аниқланади $g = (-1)h_{k-L}$

Добешининг тўртинчи тартибли вейвлет ўзгартириши амалга оширилганда $\varphi(t)$ масштаблаш функсияси учун иккита коеффитсиент нолга айланади[16].

Дб4 маштаблаш функсияси коифитсиенти:

$$h_0 = \frac{1+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}};\; h_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}};\; h_2 = \frac{3-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}};\; h_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad (19)$$

Дб4 маштаблаш функсияси:

$$\phi(t) = h_0\sqrt{2}\phi(2t) + h_1\sqrt{2}\phi(2t-1) + h_2\sqrt{2}\phi(2t-2) + h_3\sqrt{2}\phi(2t-3) \quad (20)$$

Дб4 вейвлет функсияси коифитсиенти:

$$g_0 = h_3 = \frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}};\; g_1 = -h_2 = \frac{-3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}};\quad g_2 = h_1 = \frac{3+\sqrt{3}}{4\sqrt{2}}\; g_3 = -h_0 = \frac{-1-\sqrt{3}}{4\sqrt{2}} \quad (21)$$

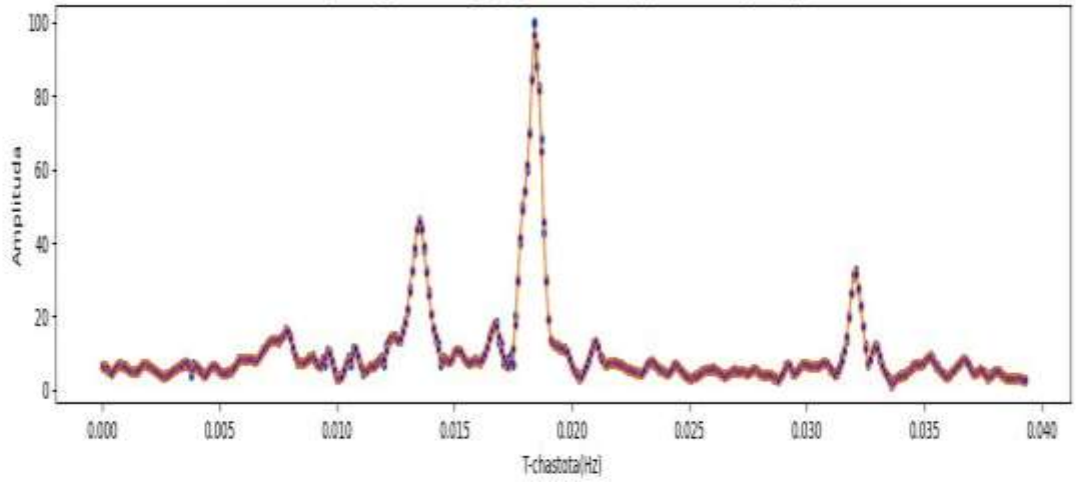
Дб4 вейвлет функсияси:

$$\psi(t) = g_0\sqrt{2}\phi(2t) + g_1\sqrt{2}\phi(2t-1) + g_2\sqrt{2}\phi(2t-2) + g_3\sqrt{2}\phi(2t-3)$$

Юқоридаги моделдан фойдаланиб пйтҳон дастурлаш тилида гастроентерологик сигналнинг

Добеши(дб4) вейвлетида интерполятсиялаш графиг натижасини келтириб чикардик(2-расм).

2-расм. Гастроентерологик сигналнинг Добеши(дб4) вейвлетида интерполятсиялаш натижаси



келтирилган

Бунда хатолик қуйидаги формула ёрдамида ҳисобланди:

$$\Delta_1 = \max_{a \le x \le b} \left| f(x_i) - D_i \right| = 0{,}066784$$

Δ_1- Добеши вейвлетининг абсолют хатолиги

Хулоса

Тиббий сигналларни қайта тиклашда шовқинни тозалаш сифатини баҳолаш абсалют ва нисбий хатоликнинг бахолаш нуқтаи назаридан тавсифланади. Юқоридаги моделлар асосида олинган натижалардан биз Вейвлетлар ёрдамида биосигналларни рақамли қайта ишлаш юқори натижа берар екан деган хулосага келдик. Добиши вейвлетида гастроентрологик сигналнинг интерполятсиялашнинг дасбаки сигнална нисбатан абсалют хатолиги 0,066784% нинг Коифлед вейвлетида гастроентрологик сигналнинг интерполятсиялашнинг дасбаки сигнална нисбатан абсалют хатолиги 0,034524% нинг ташкил қилди. Сигналларнин рақамли ишлашда Добеши вейвлетига нисбатан Коифлет вавелет филтридан фойдаланиш сигналларнинг юқори қийматини кўрсатади. Демак ушбу ишлаб чиқилган алгоритидан кенг кўламда фойдаланиш мумкин деган хулосага келинди.

Адабиётлар

[1] Зайнидинов Х.Н. Методы и средства обработки сигналов в кусочно полиномиалных вейвлетах. // «Ташкент», 2015. 70 стр.

[2] Зайнидинов Х.Н., Сплайны в задачах сифровой обработки сигналов //Ташкентский университет нформатсионных технологий-Т.: «Фан ва технология», 2015, 208 с.

[3] Ахметханов Р.С., Дубинин Е.Ф., Куксова В.И., “Применение вейв-лет преобразований для анализа эксперименталных данных”, Проблемы машиностроения и автоматизатсии, 2012, №4, 39–45

[4] Зайнидинов Х.Н. Методы и средства обработки сигналов в кусочно полиномиалных вейвлетах. // «Ташкент», 2015. 70 стр.

[5] Зайнидинов Х.Н., Сплайны в задачах сифровой обработки сигналов //Ташкентский универси